重い原子核の変形

遠山　正男

§1　原子核の研究において今日迄種々の模型が提案されているけれども何れも一長一短があって完全なものは一つもない。元来一つの核模型は核の性質の一部を説明するには都合がよいが，その模型で核のあらゆる性質を説明することができないのは当然である。今此の論文で問題にしようとする核の集団模型（Collective model）でも同様の事がいえるのである。しかし今迄のところではこの模型は核の問題に応用して定性的には非常な成功をおさめた。集団模型は殻模型を修正したものであって核子は夫々殻模型の場合と同様にエネルギー準位を下から占めていくが，この内エネルギー準位が核子で満員になっているものと，そうでないものとに分けて前者を一括して集団をなしているものとみなして Collective part と呼ぶ。それはこの部分が集団をなして特殊の運動をするからである。後者は extra particles と呼ばれ個別的に核内を動いて核の表面に圧力を及ぼすが，extra particles 相互の間には殆んど力は働かないと近似的に考えて取扱う。この様な模型は1952年 A. Bohr によって始めて提唱され（Kgl. Danske Videnskab, Selskav. Mat. fys. Medd. 26, No. 14（1952）に発表）その後多くの人々によって発展させられたものである。集団模型で取扱う extra particles と核の表面との作用の強さによって強結合近似（strong coupling approximation）と弱結合近似（weak coupling approximation）とがあるがこゝでは強結合近似を用いる。それは此処で取扱う核は核が大きく歪んでおり，集団模型は強結合で核の大きく歪んでいる場合には非常によい近似を示すからである。

§2　集団模型では extra particles は collective part の作る potential の中を運動し核の表面に圧力を及ぼしこの為 collective part は球形からずれて

変形を す，この変形した表面の方程式を

$$R=R_0[1+\sum_\mu a_\mu Y_{2\mu}(\theta,\varphi)] \qquad (1)$$

で表わす。こゝに R は核の中心から表面までの距離， R_0 は核が球形のときの半径， $Y_{2\mu}(\theta,\varphi)$ は核に固定した座標軸から測った角を用いて表わされる球調和函数， a_μ は係数である。此の場合変形に関係のある量は核を液滴の様に考えたときの表面張力，extra particles が表面に及ぼす圧力，及び collective part の持っている集団運動に由るエネルギー等である。此の内 collective part の集団運動によるエネルギーは表面に起る振動のエネルギーと変形の方向が空間に固定された座標からみて変って行く事によるエネルギー（rotational energy）とに分けられるが前者は非常に大きいので今から考えるような核の基底状態又はせいぜい一次励起状態では問題にする必要がない。

今(1)式のごとく変形した核の表面張力がもつ potential energy を V_s で，extra partieles の圧力がした仕事の平均を $\overline{H}_{int}$ で，最後に collective part の rotational energy を T_{rot} と表わすと，extra particles のもつエネルギー以外のエネルギーの総和は

$$W\equiv V_s+\overline{H}_{int}+T_{rot} \qquad (2)$$

と表わされる。核は(2)式の値を最小にするような形状におちつくのである。こゝで(2)式の右辺の各項の検討に入るに先立って(1)式の右辺の係数 a_μ を求めておく。変形した核の形を回転楕円体とすると

$$a_0=\beta\cos\gamma \qquad \gamma\,;\ \left.\begin{matrix}\text{prolate な回転楕円体のときは } 0\\ \text{oblate な回転楕円体のときは } \pi\end{matrix}\right\}\text{ とおかれる parameter}$$

$$a_1=a_{-1}=a_2=a_{-2}=0$$

となる。この様にして導入される $0<\beta<1$ なる parameter β を deformation parameter と呼ぶ。

このとき核の3つの主軸方向の延びは $\delta R_k=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta R_0\cos\left(\gamma-\frac{2\pi}{3}k\right)$ $k=1,2,3$ と書かれる。

此の β を用いると(2)式の各項は次のごとく書かれる。

1) $V_s=\frac{1}{2}C\beta^2$ 但しCは表面張力の大さを表わす定数で 50～60 mev である。

2) extra particles が collective part の表面に及ぼす圧力を $\overline{T}$ とすると $\overline{H}_{int}=\overline{T}\beta f(j_i\Omega_i)$ の形にかゝれる。但し j_i, Ω_i は extra particles の i 番目の粒子の全角運動量の大きさ及びその核に固定した座標の第3軸に関する全角運動量の成分である。

3) 核に固定した三つの主軸に対する核の慣性能率を I_1, I_2, I_3 とし $B=\frac{3}{8\pi}R_0^2AM$ (M；核子の質量）で表わされる定数 (mass coefficient) B を考えると， $I_1=B\beta^2\times(\text{constant})$, $I_2=B\beta^2\times(\text{constant})'$, $I_3=B\beta^2\times(\text{constant})''$ と表わされる。(constant) にダッシュをつけたのは定数の値が 1, 2, 3 軸によって夫々異ることを表わす。こゝで核の全角運動量 I 及その第3成分 I_3 及び $j_{i3}(\equiv\Omega_i)$ を対角線的にする様な表示を用い，此等と可換な部分を全ハミルトニアンの第零次近似としてとると結局 Trot は近似的に

$T_{rot}=\frac{1}{B\beta^2}g(j_i,\ \Omega_i,\ I,\ I_3)$ の様に書ける。

従って此等を (2) 式に代入して $\frac{\partial W}{\partial\beta}=0$ から W の最小になる条件を求めると

$$C\beta^4-\lambda\beta^3-\mu=0 \qquad \lambda,\mu>0 \qquad (3)$$

が得られる。λ, μ は extra particles の配列をきめて既知函数 $f(j_i,\Omega_i)$, $g(j_i,\Omega_i,I,I_3)$ の値を求め且 B, $\overline{T}$ の値をきめればきまる定数である。定数 C は比較的容易に求められる定数であるから (3) 式は核を指定すれば解くことが出来て，核の変形率 β が計算出来ることになる。しかしこゝに B, $\overline{T}$ の値を決定する前に考えなければならぬ事があるのでそれについて先ず考察を行っておく。

核が (1) 式で表わされる様に変形しているものとすればその影響が色々な物理量の測定結果に現われて来るからその影響を測れば逆に β が計算出来る。β と関係のある物理量は多いがその中核の電気四重極能率 Q, γ 転位確率 T(2), 一次励起エネルギー E_1 を選んでこれから β を求めてみる。Q, T(2), E_1 からの β を夫々 β_Q, β_T, β_1 と書くと Q, T(2), E_1 の実測値から求めた β_Q は

β_T に近いが β_T と β_1 値の間には大きな差があり，**K. W. Ford** の論文 (**Phys Rev. 90, 29 (1953)**) によれば β_1 は大約 β_Q の 2 倍の値を持っている。此の著しい差は何に起因するのであろうか。

第一には **Q, T(2)** は核内の荷電粒子即陽子の分布に起因しているのに対して，E_1 は核内の質量分布即核子の分布に起因していることがわかっている。従って β_Q と β_1 との値がくいちがう原因の一つとして核内で陽子と中性子の分布半径に差があるということが考えられる。第二に考えられることは β_Q, β_1 の計算に用いた定数に不適当なものがないかどうかということである。

そこで我々は先ず中性子，陽子の分布の半径を最近の実験値及び理論から推定してこれらを R_{oN}, R_{oP} と記し，$R_{oN}=r_{oN}\times A^{1/3}$, $R_{oP}=r_{oP}\times A^{1/3}$, $r_{oN}=1.2\times10^{-13}$ cm, $r_{oP}=1.16\times10^{-13}$ cm となった。

第二の点については核内での核子の流動は **irrotational** であるという仮定を少しくゆるめて **rotational** であるとすると質量係数 **B** の値が大きくなるという点に着目し，**irrotational** であるという仮定のもとにみちびかれる関係式 $\beta_1=\hbar/(E_1 B)^{1/2}$ を修正しようと思う。β_1 と β_Q の大きな差は $R_{oP}<R_{oN}$ と考えても猶なくすることが出来ないので **irrotational** の仮定から得られた **B** の値 $B=\frac{3}{8\pi}AMR^2_{oN}$ を修正して $B'=pB$ (p；未知定数) とおいて **B** の代りに B' を用いて β_1 を β_Q に近づける。β_1 が β_Q の約 2 倍ということから考えられる未知定数 p の値の範囲は $1<p<4$ であるから我々はこゝで $p=3$ と選んだ。従って新しく求める β_1 と β_Q との大きさの関係は $\beta_Q/\beta_1=\sqrt{3}/2\doteqdot\kappa$ となる。

次に $R_{oP}<R_{oN}$ から考えられることの一つは **extra particles** が核の表面を押す力 $\overline{T}$ は陽子の方が中性子より内側にあるから，小であるということである。今 $\overline{T}$ を中性子と陽子の場合に分けて $\overline{T}^{(N)}$, $\overline{T}^{(P)}$ と書くと

$$T^{(P)}/T^{(N)}=\kappa\times(R_{oP}/R_{oN})^3=0.78$$

なる関係がみちびかれる。この関係式と実験結果を E_r^{166} の所で合わせるという条件から $\overline{T}^{(N)}=2.6$ mev. したがって $\overline{T}^{(P)}=2$ mev. なる値が得られる。

但し E_r^{166} は任意に選んだものである。

最後に残る問題は **extra particles** の j_i, Ω_i 及 I, I_3 の決定であるが，基底状態では $I=I_3=0$ と選ぶ，これはすでに知れている核の一般性質である。j_i, Ω_i は Mayer の表 (**Elementary Theory of Nuclear Structure**) によるものと **Nilsson (Kgl. Danske Videnskab, Selskab. Mat. fys. Medd. 29, No. 16 (1955))** の **energy level diagram** を基にしてこれに **pairing energy** 等の必要な修正を加えたものとの二通りを考えた。

以上述べたところによって (3) 式の定数は完全に求められるので我々は第一表に示す様に 11個 の原子核について β の値を（これを β_0 と書く）求めた。我々は特に偶一偶核のみを取扱ったので β_Q が求め得られなかった（β_Q は偶一奇核についてのみ測定されている。）そこで β_τ を以てこれに替えたが，この β_τ と修正した β_1 及二通りの β_0 の値を第一表に示す。

	β_τ	β_1	β_0 (Mayer)	β_0 (Nilsson)
$_{64}Gd^{152}$	—	—	0.41	0.38
$_{94}Gd^{154}$	0.32	0.39	0.47	0.38
$_{66}Dy^{160}$	0.37	0.45	0.47	0.45
$_{68}Er^{164}$	0.35	0.42	0.45	0.45
$_{68}Er^{166}$	0.35	0.45	0.45	0.45
$_{70}Yb^{170}$	0.33	0.43	0.43	0.47
$_{72}Hf^{176}$	0.31	0.41	0.48	0.44
$_{72}Hf^{178}$	—	0.38	0.41	0.40
$_{72}Hf^{180}$	0.29	0.39	0.43	0.36
$_{74}W^{180}$	—	0.37	0.35	0.38
$_{74}W^{182}$	0.26	0.37	0.37	0.34

第 一 表

§ 3　第一表から知り得る様に β_0 と β_1 は良い一致を示している。此の外に一次励起エネルギーも計算したがこれも実験値と良い一致を示した。この事は略々我々の推論の正しい事を示すものと考えて良いと思う。**Mayer** の

表から殼模型の場合を参考にして配列を決定するに当っては混乱をさける為 extra particles の属する levels はたかだか三個迄と制限した。Nilsson の図から配列を決定する場合には β が予め定まっていなければならないが，これでは配列を求めることが出来ないので，我々は次の様にした。Nilsson の図は β が 0.3 より小さい範囲だけしか書かれていない。しかし略ゝこの辺りでは level の crossing は余り起っていない。且我々の取扱う核の β は β_T からも 0.3 より小さいものはないので $\beta=0.3$ のときについて即ち Nilsson の図の右端で配列を決した。猶 β_0 は中性子の変形率を表わすことになるが陽子の分布の変形率は集団模型の立場からはどの様になるであろうか。それに対して我々は次の様においた。

$$R=R_{0P}[1+\kappa\sum a_\mu Y(\theta,\varphi)] \quad (a_\mu \text{ は (1) 式のものと同じ値})$$

即ち陽子の場合は中性子の場合よりまるく且変形は同じ方向に起っているとした。だから陽子と中性子は同じ方向に略同じ様に変形し常に陽子分布は中性子分布の内部にある。最近 Physical Review 誌の referee からの知らせによれば陽子と中性子が異る分布をしているという説に反対意見がある様であり且又 irrotational の仮説にも異説があるがこれ等は今後の研究に俟たねばならないであろう。此の論文は宮武，吉沢及筆者の共同で Physical Review 2月15日号に発表されたものと略ゝ同一内容のものを再びこゝに掲載したものである。筆者の言い足りない点或は理解不充分の為表現が適切でない点も多々ある事と思われるのでお断り申し上げると共に更にくわしい事を知りたい読者の方々に対しては Physical Review の論文をお読み下さるようにお願いする。

(32, 1, 23)